Lista 4: Regras de Derivação

Exercícios sobre regras de derivação

Lista 04 - Regras de Derivação

1. Calcule as derivadas:
   (a) $y = (2x^3 - x^2 + 1)(x - 4)$
   (b) $y = \dfrac{3x^2 + 1}{x^3 - 2}$
   (c) $y = e^{x^2}$
   (d) $y = \ln(\sin x)$
2. Aplique a regra da cadeia e interprete o resultado:
   (a) $y = \sin(3x^2 + 2x)$ — qual o significado da derivada em termos da variação de x?
   (b) $y = \sqrt{1 + e^{2x}}$ — como a função cresce em comparação com e^x?
3. Uma partícula move-se segundo $s(t) = te^t$, onde s é a posição em metros e t em segundos.
   (a) Determine a velocidade instantânea em $t = 1$.
   (b) Interprete o valor encontrado em termos físicos.
4. O custo de um produto é dado por $C(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Determine:
   (a) $C'(x)$, a taxa de variação marginal do custo.
   (b) O ponto em que o custo cresce mais rapidamente.
5. Uma curva é dada por $y = e^x \cos x$. Determine y'.
6. Um corpo se move segundo $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$ (SI). Determine:
   (a) As expressões para velocidade e aceleração.
   (b) Os instantes em que o corpo muda o sentido do movimento.
   (c) O intervalo de tempo em que o corpo está se afastando da origem.
7. A resistência de um fio condutor depende da temperatura pela expressão $R(T) = R_0(1 + 0{,}004T)$. Calcule $R'(T)$ e interprete o resultado para $R_0 = 10\,\Omega$ em $T = 50°\text{C}$.
8. Uma peça cilíndrica deve ter volume constante $V = 1000\,\text{cm}^3$. Determine as dimensões (raio e altura) que minimizam a área da superfície total do cilindro. (Sugestão: escreva $A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$ e derive.)
9. Uma barra metálica aquecida uniformemente sofre deformação segundo $y(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Determine os pontos onde a deformação é máxima e mínima e discuta o significado mecânico desses pontos.

10. O rendimento de uma turbina hidráulica pode ser modelado por $\eta(v) = ve^{-0,1v}$, onde v é a velocidade do fluido (m/s). Determine a velocidade que maximiza o rendimento da turbina e o valor máximo de η.